الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | متقن شعلال مسعود –قالمة–

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي | دورة : ماي **2018**

الشعبة : آداب و فلسفة +لغات أجنبية | المدة: **02** سا و **30** د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول : (06 نقاط)

ليكن العدد الصحيح $a = 100$

1. عين باقي قسمة العدد a على 3.
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $10^n - 1 \equiv 0[3]$.
3. استنتج باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3.
4. بين أن العدد $7 \times 10^{2018} + 5 \times 10^{1439}$ يقبل القسمة على 3.
5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العددان $n - 2$ و 10^n متوافقين بترديد 3.

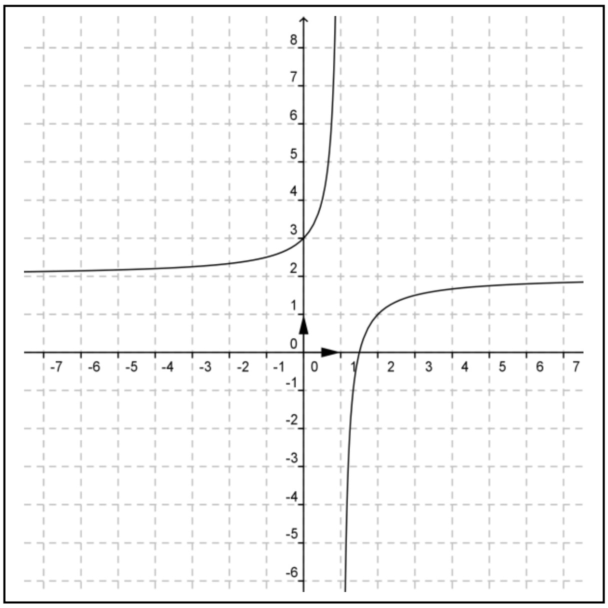
التمرين الثاني: (06 نقاط)

في سنة 2005 بلغ عدد سكان إحدى بلديات ولايةَ A 7500 نسمة، ويزداد عدد السكان في هذه البلدية بنسبة 2% من سنة إلى أخرى. نرمز بـِ v_n إلى عدد سكان هذه البلدية خلال السنة $2005+n$.

1. عين v_0 ثم أحسب v_1 و v_2.
2. أوجد علاقة بين v_{n+1} و v_n.
3. تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 1,02 .
4. عبر عن عبارة الحد العام v_n بدلالة n.
5. كم من المتوقع أن يصل عدد السكان في هذه البلدية في سنة 2020؟(تعطى النتيجة مدورة إلى الوحدة)

اجعل شعارك : أنا مصمم على بلوغ الهدف فإما أن أنجح ... و إما ... أن أنجح

<u>التمرين الثالث:</u> (08 نقاط)



.I f دالة ناطقة معرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

(Cf) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. (انظر التمثيل المقابل)

1. بقراءة بيانية ضع تخمينا لنهايات الدالة f.
2. حدّد من البيان معادلات للمستقيات المقاربة للمنحني *(Cf)*.
3. صِف اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
4. عين من البيان حلول المعادلتين $f(x) = 3$ ، $f(x) = 1$
5. عين من البيان حلول المتراجحة $3< f(x) >3$.

.II نعتبر الآن أن الدالة f معرفة بالعبارة $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$.
2. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم تأكد من تحمينك السابق.
3. احسب $f'(x)$ عبارة مشتقة الدالة f على مجموعة تعريفها.
4. أثبت وجود مماسين للمنحني *(Cf)* ، معاملا توجيهيهما مساويان لـ 1، عند نقطتين مختلفتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبية لشعبة آداب وفلسفة ولغات

الموضوع الأول:

التمرين الاول

1	100 على 3 هو 1 لأن $100 = 33(3)+1$	1
2	لدينا: $10 \equiv 1[3]$ اذن $10^n\equiv1^n[3]$ أي: $10^n\equiv1[3]$ ومنه $10^n - 1 \equiv 0[3]$	1
3	$a^7\equiv 1[3]$ ومنه $4a^7\equiv 4[3]$ إذن : $4a^7-6 \equiv 4-6[3]$ أي $4a^7-6 \equiv -2[3]$ وبالتالي $4a^7-6 \equiv 1[3]$ يعني أن باقي قسمة $4a^7-6$ على 3 هو 1	1
4	لدينا: $10^n\equiv1[3]$ إذن: $10^{2017}\equiv1^{2017}[3]$ وكذلك: $10^{1438}\equiv1^{1438}[3]$ ، إذن: $(7)10^{2017}\equiv7[3]$ و $(5)10^{1438}\equiv5[3]$ إذن: $(7)10^{2017}+(5)10^{1438} \equiv12[3]$ وبما أن 12 مضاعف ل 3 فإن العدد $(7)10^{2017}+(5)101438$ مضاعف للعدد 3	1 .5
5	يكون العددان متوافقان بترديد 3 عندما يكون لهما نفس باقي القسمة على 3، بما أن $10^n\equiv1[3]$ وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k ; k\in Z$ $n-2 \equiv1[3]$ أي: $n\equiv0[3]$. وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k ; k\in Z$	1 .5

التمرين الثاني:

1	$v_0 = 7500$ حساب v_1 و v_2 $v_1 = v_0 + 0.02v_0 = 7500+0.02(7500) = 7650$ و $v_2= v_1 + 0.02v_1 = 7650+0.02(7650) = 7803$	1. 5
2	**كتابة v_n بدلالة v_{n+1}** $v_{n+1} = v_n + 0,02v_n = v_n (1+0 .02)$ $v_{n+1} = (1 .02) v_n$	1
3	**إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية :** v_{n+1} $v_{n+1} = 1 .02 v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فالمتتالية هندسية أساسها 1 ;02	0 .5
4	**كتابة v_n بدلالة n** $v_n = v_0(1 ;02)^n = 7500 (1 ;02)^n$	1 .5
5	**عدد السكان المتوقع سنة 2020** : نحسب الدليل n السنة : $n = 2020-2005 = 15$ $u_{15} = 7500 (1 ;02)^{15} = 10094$	1 .5

التمرين الثالث

1 — **حساب النهايات** — 1

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x \underset{\to}{<} 1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \underset{\to}{>} 1} f(x) = -\infty$

2 — **معادلات المستقيمات المقاربة:** — 1

$x = 1$ ،$y = 2$

3 — **اتجاه تغير الدالة f :** متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ وعلى $]-\infty;1[$ — 1

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	↗	‖	$-\infty$ ↗	2

4 — **حلول المعادلة** f(x) = 3 هي {0} . حلول المعادلة f(x) = 1 هي {2} — 1

5 — **حلول المتراجحة** f(x) >3 هي]0 ;1[— 1

6 — $2 - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)-1}{x-1} = \frac{2x-2-1}{x-1} = \frac{2x-3}{x-1} = f(x)$ — 1

7 — 1

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \underset{\to}{<} 1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$

$\lim_{x \underset{\to}{>} 1} f(x) = -\infty$

8 — 1

$$f'(x) = \frac{2(x-1) - 1(2x-3)}{x-1}$$

$$= \frac{1}{(x-1)^2}$$

موجبة دوما لأن البسط عدد موجب والمقام مربع تام فهو موجب تماما اتجاه تغير الدالة f : متزايدة تماما على $]1;+\infty[$ وعلى $]-\infty;1[$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		↗ $+\infty$	‖	↗	2

			2 $-\infty$		
1	$(x-1)^2=1$ نجد $\frac{1}{(x-1)^2}=1$ أي $f'(x) = 1$ نحل المعادلة: **إثبات وجود المماسين** $x=2$ أو $x=0$ وبالتالي $x(x-2) = 0$ أي $x^2-2x=0$				9

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول (06 نقاط)

1. عين باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k.

2. استنتج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k.

3. استنتج باقي قسمة 17^{4k} على 5.

4. بين أن العدد $13+2017^{4k+2}+2^{4k+3}$ يقبل القسمة على 5.

5. استنتج باقي قسمة $2017^{1439}-6^{2018}+87^{49}$ على 5.

التمرين الثاني: (06نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0=1$ و $u_{n+1}=3u_n-6$

من اجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n=u_n-3$

1. -بين أن المتتالية (v_n) هندسية ، ثم عين أساسها و حدها الأول .
2. -احسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.
3. -احسب بدلالة n المجموع: $S=v_0+v_1+v_2+......+v_n$ ، ثم استنتج بدلالة n المجموع : $S'=u_0+u_1+u_2+......+u_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بـ: $f(x) = -x^3-3x^2+4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x(x+2)$ (f' : الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
4. بيّن أن منحني الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=-1$.

6. تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x + 2)^2 (1-x)$.
7. عيّن فواصل نقط تقاطع المنحني (C_f) مع المحورين.
8. ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) في نفس المعلم السابق.

تمنياتي لكم بالتوفيق اليوم و غدا ودائما ...

أستادة المادة:وارث ط

الموضوع الثاني:

حل التمرين الأول :

.1 باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل القيم من 0 إلى 4 للعدد الطبيعي k هو: — **1.5**

k	0	1	2	3	4
r_k	1	2	4	3	1

.2 استنتاج باقي القسمة الإقليدية على 5 للعدد 2^k من أجل كل عدد طبيعي k: — **1.5**

k	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
r_k	1	2	4	3

.3 استنتاج باقي قسمة 17^{4k} على 5 : $17^{4k} \equiv 2^{4k}[5] = 1[5]$. — **1**

.4 العدد $2^{4k+3} + 2017^{4k+2} + 13$ يقبل القسمة على 5 لأن: — **1**

$2^{4k+3} + 17^{4k+2} + 3 \equiv 3 + 4 + 3[5] \equiv 0[5]$

.5 استنتاج باقي قسمة $2017^{1439} - 6^{2018} + 87^{49}$ على 5: — **1**

$2007^{1999} - 21^{2008} + 87^{49} \equiv 2^{4k+3} - 1^{2008} + 2^{4k+1}[5]$

$\equiv 3 - 2 + 1[5] \equiv 4[5]$

حل التمرين الثاني :

.1 إثبات أن المتتالية (v_n) هندسية: — **2**

$v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = 3u_n - 9 = 3(u_n - 3) = 3v_n$.

إذن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 .

و حدها الأول $v_0 = u_0 - 3 = -2$

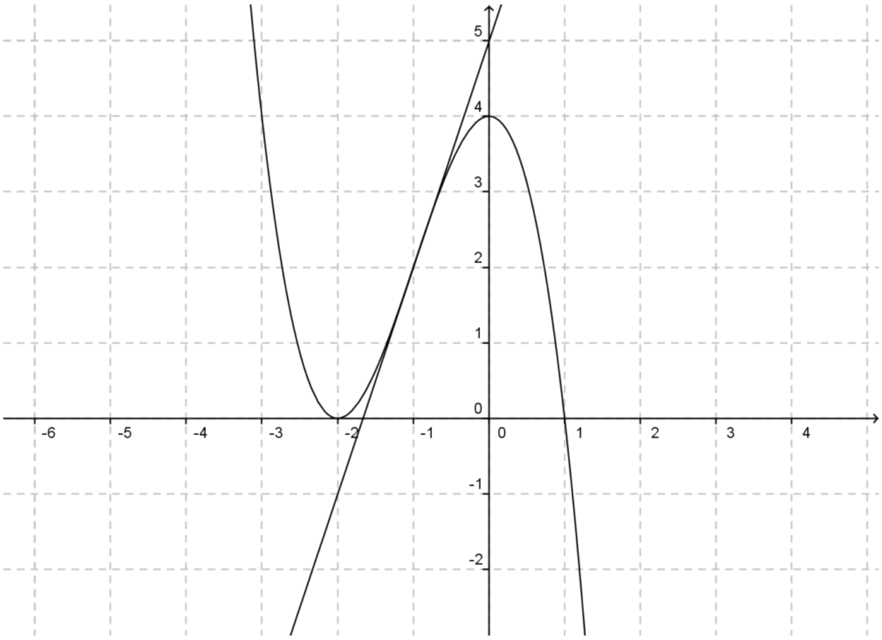
.2	عبارة الحد العام لـ (v_n): $v_n = v_0 \times q^n = -2\times 3^n$	1
.3	إستنتاج عبارة الحد العام لـ (u_n): $u_n = v_n + 3 = -2\times 3^n + 3$	1
	المجموع S: $S = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = -2\times \frac{1-3^{n+1}}{1-3}$ $S = 1-3^{n+1}$	1
	استنتاج بدلالة n المجموع: $S' = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n = (v_0+3)+(v_1+3)+(v_2+3)......+(v_n+3)$ إذن $S' = S + 3(n+1)$	1

التمرين الثالث

1	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x^3 = +\infty$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} -x^3 = -\infty$	1
2	$f'(x) = -3x^2-6x = -3x(x+2)$	0 .5
3	إشارة المشتقة: $f'(x) = 0$ يعني $x=0$ أو $x=-2$	1.5
4	احداثيات نقطة الانعطاف: $f''(x) = 0$ و f'' تغير إشارتها يعني نقطة الانعطاف: $A(-1\ ;2)$	1
5	معادلة المماس: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ نجد: $(\Delta):\ y=3x+5$	1
6	$(x+2)^2(1-x)=(x^2+4x+4)(1-x)=x^2+4x+4-x^3-4x^2-4x = -x^3-3x^2+4= f(x)$	0 .5
	نقط التقاطع مع محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x)=0$ نجد $x=-2$ أو $x=1$. إذن النقطتان: $B(1\ ;0)$; $C(-2\ ;0)$ نقط التقاطع مع محور التراتيب: نحسب $f(0)$ نجد النقطة $D(0\ ;4)$	1 0 .5
7	الرسم	1

جدول التغيرات (السؤال 3):

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$



5
4
3
2
1
0
-1
-2
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4